Université Savoie Mont Blanc **IUT de Chambéry**
Département de Mathématiques **DUT Génie Civil 1re année**

Mathématiques 2

Contrôle continu n° 1 : durée 1h30 — Mercredi 6 avril 2016

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

L'usage de la calculatrice est interdit ; aucun document n'est autorisé.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (3 points : 1+2).
Donner la solution générale des équations différentielles suivantes :

1. $\forall x \in \mathbf{R}, \quad y'(x) + 3\,y(x) = 0,$
2. $\forall x > 0, \quad y'(x) - \dfrac{2\,y(x)}{x} = 0.$

Exercice 2 (7 points : 3+1+3).

1. On considère l'équation différentielle (E1) suivante

$$\forall x \in \mathbf{R}, \qquad y'(x) + 2\,y(x) = x\,e^{-2x}. \tag{E1}$$

   (a) Donner la solution générale de (E1).

   (b) Déterminer la solution y de (E1) vérifiant $y(0) = 1$.

2. Donner la solution générale de l'équation différentielle

$$\forall x \in \mathbf{R}, \qquad y'(x) + y(x) = \cos(3x).$$

Exercice 3 (7 points : 3+4).

1. Donner la solution générale de l'équation différentielle

$$\forall x \in \mathbf{R}, \qquad y'(x) - 2x\,y(x) = \sin(x)e^{x^2}.$$

2. Déterminer la solution de l'équation différentielle

$$\forall x > 0, \qquad x\,y'(x) - y(x) = \ln(x)$$

vérifiant $y(1) = 1$.

Exercice 4 (3 points : 1,5+1,5).
On considère le système différentiel

$$\forall t \geq 0, \quad x'(t) = 2\,[x(t) + y(t)]\,, \quad y'(t) = -\,[x(t) + y(t)]\,, \qquad x(0) = 3, \quad y(0) = -1.$$

1. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $z(t) = x(t) + y(t)$ puis calculer $z(t)$.
2. En déduire $x(t)$ et $y(t)$.

Fin de l'épreuve