

## MATH 504 : Probabilités et statistiques

Examen partiel : durée deux heures.

*Aucun document n'est autorisé*

Lundi 03 novembre 2008.

**Exercice 1.** Chaque semaine une loterie est organisée. Il y a un seul ticket gagnant parmi  $n$  tickets. Une personne achète toutes les semaines un ticket.

Quelle est la probabilité que cette personne ait gagné au moins une fois au bout de  $n$  semaines ?

**Exercice 2.** En MATH504, 75% des étudiants sont des filles. Seulement 50% des étudiantes et 40% des étudiants de MATH504 apprennent le cours.

1. L'enseignant interroge quelqu'un au hasard. Quelle est la probabilité qu'il sache son cours ?
2. L'étudiant interrogé a su son cours. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

**Exercice 3.** Soit  $X$  une variable aléatoire de loi uniforme sur  $[-1, 1]$  c'est à dire de fonction de répartition  $F_X$  donnée par

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < -1, \\ (x+1)/2, & \text{si } -1 \leq x < 1, \\ 1, & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire  $Y = -X$  puis celle de la variable aléatoire  $Z = |X|$ .

**Exercice 4.** Soit  $X$  une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$  :  $X$  a pour densité la fonction  $p$  définie par

$$p(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbf{1}_{x \geq 0} = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{si } x \geq 0, \\ 0, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

1. Calculer  $\mathbb{P}(\{X < 0\})$  et déterminer la fonction de répartition de  $X$ .
2. Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire  $Y = 1 + [X]$  où  $[x]$  désigne la partie entière de  $x$  ?
3. Déterminer la loi de la variable aléatoire  $Y$ .

**Exercice 5.** Une urne contient trois boules rouges et trois boules noires. On tire successivement et sans remise les six boules de l'urne. Soit  $X$  le rang d'apparition de la première boule rouge tirée.

Calculer  $\mathbb{P}(\{X = 1\})$ ,  $\mathbb{P}(\{X = 2\})$ ,  $\mathbb{P}(\{X = 3\})$  et  $\mathbb{P}(\{X = 4\})$ .